

基于时间最优的自动驾驶车辆路径规划方法研究

朱康¹, 周欢¹, 唐嘉明²

(1. 中车时代电动汽车股份有限公司, 湖南 株洲 412007; 2. 长沙理工大学机械与运载工程学院, 长沙 410114)

摘要:为缩短自动驾驶车辆行程时间并确保行驶安全与平稳性, 本文综合考虑路面附着条件与道路曲率的影响, 提出一种融合几何微分法与二次规划的最优路径规划方法。该方法基于点质量模型施加动力学约束, 在保证平稳性的前提下, 通过优化加速、制动及转向控制, 充分利用轮胎抓地力。CarSim 与 Simulink 联合仿真结果表明, 在不同附着条件下, 本方法均具备良好的鲁棒性。在双移线工况下, 相较于最短路径与最优曲率路径法, 本方法能显著缩短行程时间。在赛车线工况下, 其行程时间较最短路径方法至少缩短 3.7%。该方法能有效兼顾行驶安全与通行效率, 在不同道路附着条件下实现接近时间最优的自动驾驶路径规划。

关键词:二次规划; 路径规划; 最优速度; 自动驾驶汽车

中图分类号: U463.6; TP18 文献标志码: A DOI: 10.15917/j.cnki.1006-3331.2026.03.001

Research on Time-optimal Path Planning Method for Autonomous Vehicles

ZHU Kang¹, ZHOU Huan¹, TANG Jiaming²

(1. CRRC Electric Vehicle Co., Ltd., Zhuzhou 412007, China; 2. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: To reduce the travel time of autonomous vehicles while ensuring driving safety and smoothness, this paper proposes an optimal path-planning method that integrates the geometric differential method with quadratic programming and accounts for road adhesion and curvature. The method introduces a point-mass model as a dynamic constraint to optimize acceleration, braking, and steering control, thereby maximizing the utilization of tire-road friction without compromising ride comfort. The results of co-simulation using CarSim and Simulink show that the method exhibits strong robustness under varying adhesion conditions. In the double lane change scenario, compared to the shortest path and optimal curvature path methods, it significantly reduces travel time. In the racing line scenario, the travel time is at least 3.7% shorter than that of the shortest path method. This method effectively balances driving safety and efficiency, achieving near-time-optimal path planning for autonomous vehicles under diverse road adhesion conditions.

Key words: quadratic programming; path planning; optimal speed; autonomous vehicles

自动驾驶路径规划算法作为车辆决策系统的核心, 需在复杂行车环境中实时计算安全可行的行驶轨迹。时间最优是路径规划的核心目标之一, 其本质在于充分挖掘车辆动力学潜力, 最大限度提升平均行驶速度。为此, 需生成既符合车辆非线性动力学特性, 又满足各类非凸约束的时间最优轨迹。实现这一规划目标在封闭赛道竞速^[1]与紧急避险^[2]等典型场景中具有重要的工程价值。

为降低赛道竞速与紧急避险等工况下非线性优

化问题的求解复杂度, 传统轨迹规划方法通常聚焦于单一性能指标优化。一类方法是遵循经典最短路径理论^[3-5], 采用 Dijkstra 算法^[6]、人工势场法 (APF)^[7]及 A* 算法^[8]等, 通过最小化行驶距离实现行程时间优化。另一类方法是基于 Dubins 曲线^[9]与 Reeds-Shepp 曲线^[10]等几何模型, 以曲率连续性和路径平滑性为优化目标^[11-12], 通过改善轨迹曲率特性提升车辆通过效率。这些方法在常规工况下表现稳定, 但在高速连续弯道等极限工况中暴露出明显局限: 最短路

收稿日期: 2025-10-12。

第一作者: 朱康 (1998—), 男, 硕士, 主要从事车辆动力学及悬架系统技术研发工作。E-mail: 2531292191@qq.com。

径规划易产生曲率突变,导致车辆频繁制动;而过度追求路径平滑则会延长行驶距离,损失加速空间。这种单目标优化方法难以实现路径长度与曲率特性间的动态平衡,既限制了车辆性能的充分发挥,又可能带来行驶失稳风险。

针对上述问题,本文突破传统单目标优化的局限,提出一种路径曲率与长度动态协同的规划方法。该方法通过建立精准的道路几何模型,充分考虑路径长度与曲率对车辆动力学的限制,并优化加速、制动及转向控制以充分利用轮胎抓地力,从而构建一个同时兼顾曲率约束与路径长度优势的统一优化框架。在此框架下,规划器集成车辆动态参数、道路边界约束和路面附着条件等多源信息,生成满足时间最优目标的全局参考轨迹。

1 路径优化问题

常规行驶多沿道路中心线,但以最短行程时间为目标时,则不能简单地让车辆始终沿车道中心行驶,需针对各弯道特性进行局部路径优化,以实现全局车速最优。同时,还需考虑道路几何特征与车辆动力学约束。车辆通过曲率半径为 ρ 的路径时所能达到的最大速度,受轮胎产生的最大侧向力限制,如式(1)和式(2)所示。

$$ma_{y,\max} = m \frac{v_{x,\max}^2}{\rho} = \mu(mg + F_a) \quad (1)$$

$$v_{x,\max} = \sqrt{\mu\rho\left(g + \frac{F_a}{m}\right)} \quad (2)$$

式中: m 为整车质量; $a_{y,\max}$ 为最大侧向加速度; $v_{x,\max}$ 为最大纵向速度; μ 为道路附着系数; g 为重力加速度; F_a 为空气下压力。

路径长度最短时,曲率往往较大,限制了车辆通过速度;而曲率最小时,路径又通常较长。因此,行程时间受路径长度与道路曲率的共同影响。为此,本文将对分析最短路径与最优曲率路径对行程时间的影响,并结合二者优势,采用二次规划与三次多项式拟合方法,建立综合最优路径模型。

2 经典几何路径

本文利用微分的思想,将最短路径与最优曲率路径的求解转化为一个二次规划问题。将路径离散化分为若干段,如图1所示。每段路径末端的位置可用

式(3)表示。

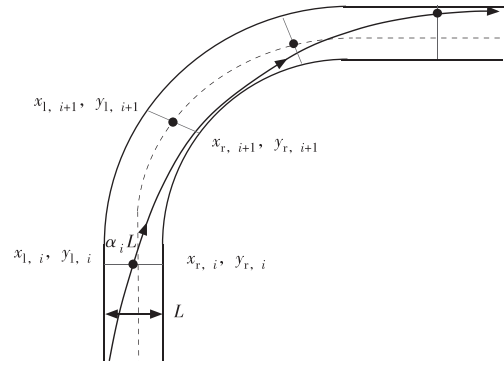


图1 路径分段示意图

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i &= x_i \mathbf{i} + y_i \mathbf{j} = [x_{r,i} + \alpha_i(x_{l,i} - x_{r,i})] \mathbf{i} + \\ &[y_{r,i} + \alpha_i(y_{l,i} - y_{r,i})] \mathbf{j} = [x_{r,i} + \alpha_i \Delta x_i] \mathbf{i} + [y_{r,i} + \alpha_i \Delta y_i] \mathbf{j} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{P}_i$ 表示从起点到第 i 个规划路径点构成的位置向量; x_i, y_i 分别表示 $\mathbf{P}_i$ 的横、纵坐标; $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ 分别表示横、纵坐标方向上的单位向量; $x_{l,i}, y_{l,i}, x_{r,i}, y_{r,i}$ 分别表示第 i 段路径左右边界的横纵坐标值; α_i 表示第 i 个规划路径点相对于右边界的偏移程度; $\Delta x_i, \Delta y_i$ 分别表示第 i 段路径左边界与右边界之间的横坐标差值和纵坐标差值。

α_i 可以确定 $\mathbf{P}_i$ 沿轨道宽度的位置,通过线性或非线性关系,将所有计算的 $\mathbf{P}_i$ 连接起来,得到最终的轨迹。因此期望路径(最短或曲率最优)的求解可以转化为求解 α_i ,将所有的 α_i 用一个向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 表示,如式(4)所示。

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T \quad (4)$$

2.1 中心路径

选择双移线工况作为试验车道,各段长度与车道宽度按国标要求设置,如图2所示。

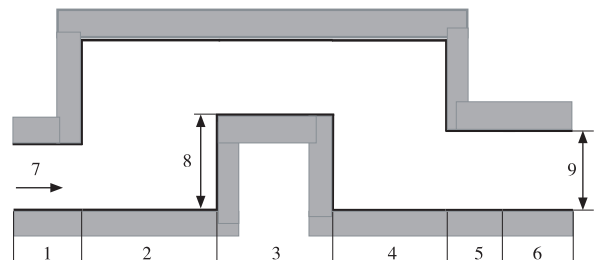


图2 双移线试验车道

图2中,1~6分别表示行驶路段(各段长度见表1),7表示行驶方向,8表示车道偏移量(值为3.5m),9表示车道宽度。

表1 双移线试验车道尺寸

路段	长度/m	对应车道宽度/m
1	15	1.1×车宽+0.25
2	30	2.5×车宽+0.25
3	25	1.2×车宽+0.25
4	25	2.5×车宽+0.25
5	15	1.3×车宽+0.25
6	15	1.3×车宽+0.25

取 $\alpha_i = 0.5$ (其中, $i = 1, 2 \dots n$), 利用式(3)求解期望路径上的采样点, 再通过多项式曲线对各采样点进行平滑连接, 即可得到中心路径, 如图3所示。

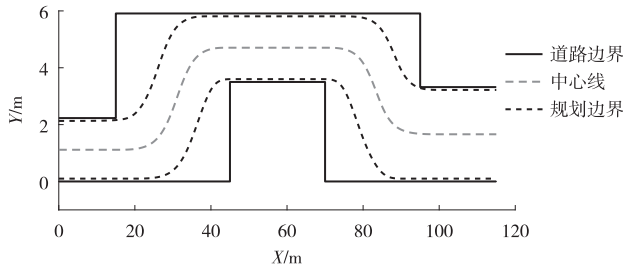


图3 中心路径

2.2 最短路径

利用相邻采样点的坐标可求解期望路径各段的长度, 期望路径中第 i 段的长度可表示为式(5)。

$$P_{i+1} - P_i = \Delta P_{x,i} i + \Delta P_{y,i} j \quad (5)$$

式中: $\Delta P_{x,i}$ 和 $\Delta P_{y,i}$ 分别表示第 i 段的长度沿 x 轴和 y 轴的投影, 结合式(3), 可将其表示为式(6)。

$$\begin{cases} \Delta P_{x,i} = x_{r,i+1} - x_{r,i} + \alpha_{i+1} \Delta x_{i+1} - \alpha_i \Delta x_i = \\ \left[\begin{matrix} \Delta x_{i+1} - \Delta x_i \end{matrix} \right] \begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \alpha_i \end{bmatrix} + \Delta x_{i,0} \\ \Delta P_{y,i} = y_{r,i+1} - y_{r,i} + \alpha_{i+1} \Delta y_{i+1} - \alpha_i \Delta y_i = \\ \left[\begin{matrix} \Delta y_{i+1} - \Delta y_i \end{matrix} \right] \begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \alpha_i \end{bmatrix} + \Delta y_{i,0} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\Delta x_{i,0}$ 、 $\Delta y_{i,0}$ 分别表示第 i 段路径末端与 $i+1$ 段路径末端对应边界点 (同为左边界或同为右边界) 之间的横坐标差值与纵坐标差值。

因此, 路径第 i 段距离的平方 d_i^2 可表示为式(7)。

$$d_i^2 = \Delta P_{x,i}^T \Delta P_{x,i} + \Delta P_{y,i}^T \Delta P_{y,i} = \Delta x_{i,0}^2 + \Delta y_{i,0}^2 + \begin{bmatrix} \Delta x_{i,0} \Delta x_{i+1} + \Delta y_{i,0} \Delta y_{i+1} \\ -\Delta x_{i,0} \Delta x_i - \Delta y_{i,0} \Delta y_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \alpha_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \alpha_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \alpha_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{i+1}^2 + \Delta y_{i+1}^2 & -\Delta x_{i+1} x_i - \Delta y_{i+1} y_i \\ -\Delta x_{i+1} x_i - \Delta y_{i+1} y_i & \Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \alpha_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

结合式(7), 将各段路径的平方 d_i^2 累加, 则平均路径长度 S^2 可表示为式(8)。

$$S^2 = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \alpha_i^T G_s \alpha_i + f_s^T \alpha_i + C_1 \quad (8)$$

式中: α_i 为矩阵 $[\alpha_{i+1}, \alpha_i]^T$; G_s 为实对称矩阵; f_s^T 为行向量; C_1 为常数项, 其取值由道路边界和分段间隔决定。

利用式(8)将最短路径规划问题转化为二次规划问题, 求解 α_i 后, 通过自然三次样条曲线连接相邻点, 即可获得最短路径, 如图4所示。最短路径虽然能缩短车辆的行驶里程, 但曲率较大。车辆为保持在道路范围内, 需大幅降低车速。

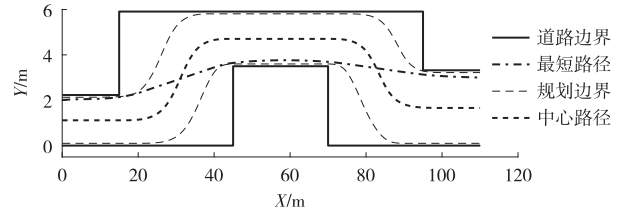


图4 最短路径

2.3 最优曲率路径

最优曲率路径同样采用微分思想。考虑到相邻线段之间的斜率连续性, 采用自然三次样条曲线连接相邻点, 以确定单个线段内的轨迹, 该轨迹可用式(9)表示。

$$\begin{cases} x_i(t) = a_{i,x} + b_{i,x}t + c_{i,x}t^2 + d_{i,x}t^3 \\ y_i(t) = a_{i,y} + b_{i,y}t + c_{i,y}t^2 + d_{i,y}t^3 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $x_i(t)$ 、 $y_i(t)$ 分别表示第 i 个规划路径点的横、纵坐标; t 表示第 i 段样条线的归一化参数, $t \in [0, 1]$, 分别对应于曲线的起点与终点; $a_{i,x}$ 、 $b_{i,x}$ 、 $c_{i,x}$ 、 $d_{i,x}$ 均为 x 轴方向上三次样条待定系数; $a_{i,y}$ 、 $b_{i,y}$ 、 $c_{i,y}$ 、 $d_{i,y}$ 均为 y 轴方向上三次样条待定系数。

根据三次样条插值的条件可得到 x 坐标的第 i 段样条线参数的线性方程组, 如式(10)所示。

$$\begin{cases} a_{i,x} = P_{i,x} \\ a_{i,x} + b_{i,x} + c_{i,x} + d_{i,x} = P_{i,x+1} \\ b_{i,x} + 2c_{i,x} + 3d_{i,x} - b_{i,x+1} = P_{i,x} \\ 2c_{i,x} + 6d_{i,x} - 2c_{i,x+1} = P_{i,x} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $P_{i,x}$ 表示第 i 个路径规划点的横坐标。

对于由 N 段三次样条曲线构成的规划路径, 结合式(11)所示。
合式(10), 可得横坐标样条线参数的线性方程组, 如

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 0 & 0 & -2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_{i,x} \\ b_{i,x} \\ c_{i,x} \\ d_{i,x} \\ \vdots \\ a_{N,x} \\ b_{N,x} \\ c_{N,x} \\ d_{N,x} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_x} = \underbrace{\begin{bmatrix} P_{1,x} \\ P_{2,x} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ P_{N,x} \\ P_{i,x} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}_x} \quad (11)$$

求解上述线性方程组可得 $\mathbf{Z}_x = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{P}_x$, 同理可得 $\mathbf{Z}_y = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{P}_y$ 。选取优化曲线的曲率平方和作为优化目标, 能够提升数值稳定性并简化问题形式。曲率平方的计算公式见式(12)。

$$k_i^2 = \frac{x_i'^2 y_i''^2 - 2x_i' x_i'' y_i' y_i'' + y_i'^2 x_i''^2}{(x_i'^2 + y_i'^2)^3} \quad (12)$$

式中: k_i 为第 i 个规划路径点的曲率; x_i', y_i' 分别为 x_i, y_i 的一阶导数; x_i'', y_i'' 分别为 x_i, y_i 的二阶导数。

为规划出整体曲率最小的平滑路径, 本文将路径离散点集上的曲率平方和定义为优化目标。该目标函数见式(13)。

$$\bar{k}^2 = \sum_{i=1}^N k_i^2 = \mathbf{x}''^T \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{x}'' + \mathbf{y}''^T \mathbf{Q}_{xy} \mathbf{x}'' + \mathbf{y}''^T \mathbf{Q}_{yy} \mathbf{y}'' \quad (13)$$

式中: $\bar{k}^2$ 表示曲率的平方和; $\mathbf{x}'' = [x_1'', x_2'', \dots, x_N'']$ 与 $\mathbf{y}'' = [y_1'', y_2'', \dots, y_N'']$ 是每个离散点处的二阶导数向量;

$$\mathbf{Q}_{xx} = \begin{bmatrix} \frac{y_1'^2}{(x_1'^2 + y_1'^2)^3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{y_N'^2}{(x_N'^2 + y_N'^2)^3} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}_{xy} = \begin{bmatrix} \frac{-2x_1' y_1'}{(x_1'^2 + y_1'^2)^3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{-2x_N' y_N'}{(x_N'^2 + y_N'^2)^3} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}_{yy} = \begin{bmatrix} \frac{x_1'^2}{(x_1'^2 + y_1'^2)^3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{x_N'^2}{(x_N'^2 + y_N'^2)^3} \end{bmatrix}。$$

在优化过程中, 为保持计算高效, 选择在样条起始点($t=0$)处计算曲率并求和。结合式(9), 该点 X 方向上的二阶导数可表示为式(14)。

$$\begin{cases} \mathbf{x}'' = 2\mathbf{c}_x = 2\mathbf{E}_c \mathbf{H}^{-1} \mathbf{P}_x \\ \mathbf{y}'' = 2\mathbf{c}_y = 2\mathbf{E}_c \mathbf{H}^{-1} \mathbf{P}_y \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{c}_x = [c_{1,x}, c_{2,x}, \dots, c_{N,x}]^T$; $\mathbf{c}_y = [c_{1,y}, c_{2,y}, \dots, c_{N,y}]^T$;

$$\mathbf{E}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}。$$

将式(14)代入式(11)可得式(15)。

$$\begin{cases} \mathbf{x}'' = 2\mathbf{c}_x = 2\mathbf{E}_c \mathbf{H}^{-1} (\mathbf{O}_x + \mathbf{N}_x \boldsymbol{\alpha}) \\ \mathbf{y}'' = 2\mathbf{c}_y = 2\mathbf{E}_c \mathbf{H}^{-1} (\mathbf{O}_y + \mathbf{N}_y \boldsymbol{\alpha}) \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{O}_x = [x_{r,1}, x_{r,2}, 0, 0, \dots, x_{r,N}, x_{r,1}, 0, 0]^T$; $\mathbf{O}_y = [y_{r,1}, y_{r,2}, 0, 0, \dots, y_{r,N}, y_{r,1}, 0, 0]^T$;

$$\mathbf{N}_x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \Delta x_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \Delta x_N \\ \Delta x_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$N_y = \begin{bmatrix} \Delta y_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \Delta y_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \Delta y_N \\ \Delta y_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

令 $M = 2E_c H^{-1}$, 将式(15)代入式(13), 路径曲率可转化为一个新的二次规划问题, 可用式(16)表示。

$$\bar{k}^2 = \frac{1}{2} \alpha_i^T G_k \alpha_i + f_k^T \alpha_i + C_2 \quad (16)$$

式中: C_2 为常数; G_k 和 f_k 的计算公式分别见式(17)和式(18)。

$$G_k = (MN_x)^T Q_{xx} MN_x + (MN_y)^T Q_{xy} MN_x + (MN_y)^T Q_{yy} MN_y \quad (17)$$

$$f_k = 2(MN_x)^T Q_{xx}^T MO_x + (MN_y)^T Q_{xy}^T MO_x + (MN_x)^T Q_{xy}^T MO_y + 2(MN_y)^T Q_{yy}^T MO_y \quad (18)$$

将最优曲率路径的生成问题表述为式(16)的二次规划形式进行求解, 得到了如图5所示的优化结果。

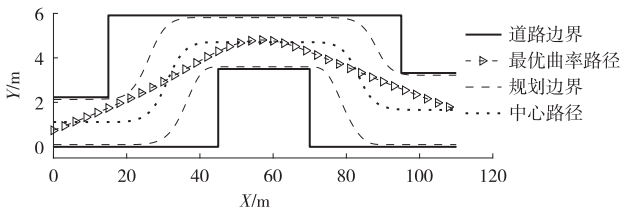


图5 最优曲率路径

3 最优路径模型

为进一步寻找最优路径, 本文基于非线性优化方法, 结合粒子群算法, 建立了综合最短路径与最优曲率路径两者优势的最优路径模型。

3.1 非线性二次规划

令最优轨迹的优化目标为最短路径与最优曲率路径目标的线性组合, 通过为式(8)和式(16)所对应的二次规划目标函数引入权重系数, 得到如式(19)所示的最优路径目标函数 F 。

$$F = \varepsilon \cdot \bar{k}^2 + (1 - \varepsilon) \cdot S^2 \quad (19)$$

式中: ε 为最短路径优化矩阵与最优曲率路径优化矩

阵之间的权重系数。

将式(8)和式(16)代入式(19)中, 函数 F 可用式(20)表示。

$$\begin{cases} F = \alpha_i^T G \alpha_i + f^T \alpha_i \\ G = \varepsilon G_k + (1 - \varepsilon) G_s \\ f^T = \varepsilon f_k^T + (1 - \varepsilon) f_s^T \end{cases} \quad (20)$$

3.2 粒子群算法

粒子群算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 的基本思想是通过群体中个体间的协作和信息共享来寻找最优解^[13]。该算法简单易行且需要调节的参数较少, 被广泛运用于各个领域。粒子群算法流程如图6所示。

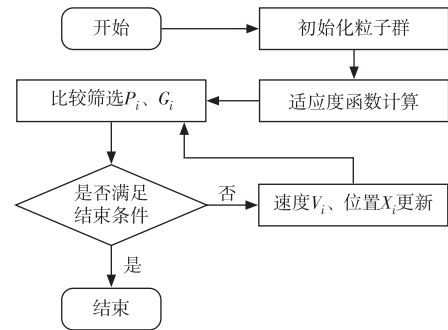


图6 粒子群算法流程图

本文采用的 PSO 旨在对权重系数 ε 进行优化, 以求解驾驶效率最高的期望路径。为此, 将 ε 作为粒子, 其在 N 维空间的位置 X_i 和速度 V_i 可表示为式(21)。

$$\begin{cases} X_i = (x_1, x_2, \cdots, x_N) \\ V_i = (v_1, v_2, \cdots, v_N) \end{cases} \quad (21)$$

式中: N 为该群体中粒子总数, 值为 30。

PSO 中适应度函数的设计非常关键。为了实现驾驶效率最大化, 本文设计的适应度函数见式(22)。

$$J = \sum_i^N \frac{\Delta l}{v(i)} \quad (22)$$

式中: J 为 PSO 的适应度函数; Δl 为路径采样间隔长度; $v(i)$ 为各路径点下的期望速度, $i = 1, 2, 3 \cdots N$ 。

粒子速度更新公式和粒子位置更新公式分别如式(23)和式(24)所示, 最大迭代次数为 150。

$$V_{i+1} = \omega V_i + c_1 r_1 (P_i - X_i) + c_2 r_2 (G_i - X_i) \quad (23)$$

$$X_{i+1} = X_i + V_{i+1} \quad (24)$$

式中: P_i 为局部最优粒子位置; G_i 为全局最优粒子位置; c_1, c_2 为学习因子, 值为 2; ω 为惯性权重, 值为 0.6; r_1, r_2 为随机数, 范围为 0~1。

通过 PSO 寻找使适应度函数 J 达到最小(即路径用时最短)的权重系数 ε , 然后结合式(20), 利用二次规划求解得到目标路径。

3.3 最优路径分析

为验证最优路径模型的实际表现, 选择双移线工况展开仿真试验, 设置路面附着系数 $\mu=0.8$, 仿真结果如图 7 所示。

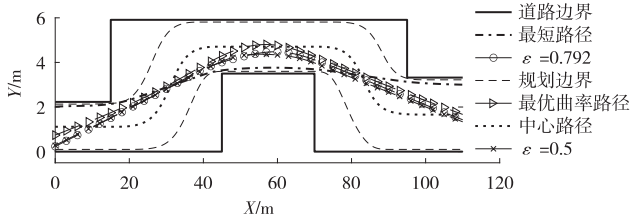


图 7 规划路径对比

以行程时间最短为优化目标, 以传统 G-G 图作为车辆横纵向极限加速度约束, 采用向前-向后欧拉法进行极限速度规划, 仿真结果如图 8 所示。不同路径的规划结果对比见表 2。

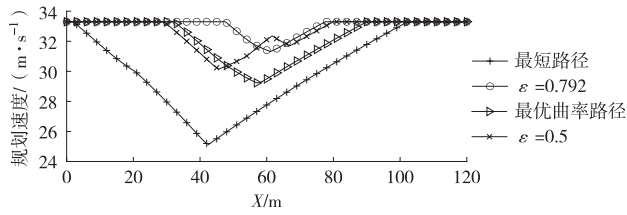


图 8 规划速度对比

表 2 规划结果对比

路径	期望路径长度/m	期望行程时间/s	期望平均速度/(m·s ⁻¹)
最短路径	120.05	4.03	29.79
最优曲率路径	120.27	3.72	32.32
$\varepsilon=0.5$	120.28	3.68	32.68
$\varepsilon=0.792$	120.35	3.64	33.06

由表 2 可知, 最优路径在 $\varepsilon=0.792$ 时取得, 相比 $\varepsilon=0.5$ 的路径, 其期望行程时间缩短了 0.04 s, 期望平均速度提高了 0.38 m/s。为验证最优路径规划方法对控制精度的影响, 下一节将开展速度控制与轨迹跟踪仿真试验。

4 仿真与分析

4.1 滑膜横向控制器

滑膜变结构控制可以克服参数扰动和不确定因素对车辆行驶稳定性的影响^[14], 因此本文采用该控

制方法设计转向控制器, 以求取期望的前轮转角 δ 。该控制方法下的被控对象可表示为式(25)。

$$\dot{X} = AX + BU + d \quad (25)$$

式中: A 为状态矩阵; X 为状态变量; $\dot{X}$ 为 X 的导数; B 为控制矩阵; U 为控制变量, 在本系统中专指前轮转角 δ ; d 为干扰项。

滑膜变结构控制器以预瞄点处的横向误差 y_e 及其变化率 $\dot{y}_e$ 为控制目标, 滑膜函数设计见式(26)。

$$s = \dot{y}_e + \lambda y_e \quad (26)$$

式中: s 为滑膜函数; λ 为滑膜参数, $\lambda > 0$ 。

为抑制滑膜控制的抖振, 本研究采用等速趋近率, 并用饱和函数 $\text{sat}(s)$ 替代符号函数 $\text{sgn}(s)$, 其具体表达式见式(27)和式(28)。

$$\dot{s} = \dot{y}_e + \lambda \dot{y}_e = -\eta \text{sat}(s) \quad (27)$$

式中: η 为切换增益; $\dot{s}$ 为 s 的导数; $\dot{y}_e$ 为 y_e 的导数。

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} 1 & s > \Delta \\ s/\Delta & s \leq |\Delta| \\ -1 & s < -\Delta \end{cases} \quad (28)$$

式中: Δ 为边界层。

由式(25)~(27)可求得期望前轮转角 δ , 如式(29)所示。

$$\begin{cases} \delta = -\frac{1}{B_1 + L_d B_2} [(A_{11} + L_d A_{21} + \lambda) v_y + (v_x \rho - \gamma) v_x - \lambda v_x y_e - \eta \text{sgn}(s) + (A_{12} + L_d A_{22} + \lambda L_d) \gamma] \\ A_{11} = \frac{-C_f - C_r}{m v_x}, A_{12} = \frac{b C_r - a C_f}{m v_x} - v_x \\ A_{21} = \frac{b C_r - a C_f}{I_z v_x}, A_{22} = -\frac{a^2 C_f + b^2 C_r}{I_z v_x} \\ B_1 = -\frac{C_f}{m}, B_2 = \frac{a C_f}{I_z} \end{cases} \quad (29)$$

式中: A_{11} 、 A_{12} 、 A_{21} 、 A_{22} 、 B_1 、 B_2 均为中间变量; L_d 为预瞄距离; γ 为横摆加速度; v_x 为纵向速度; v_y 为侧向速度; C_f 、 C_r 分别为前、后轮胎侧偏刚度; a 、 b 分别为质心到前后轴距离; I_z 为转动惯量。

4.2 PID 纵向速度控制器

基于 CarSim 与 Simulink 联合仿真, 通过测试不同初始速度(0~35 m/s)与油门踏板位置(0~1)下的车辆加速度, 得到如图 9 所示的驱动数据标定结果。其中, 油门踏板位置为归一化参数: 0 表示未对油门踏板施加任何作用力, 1 表示油门踏板已被完全踩下(即油门踏板达到最大行程)。

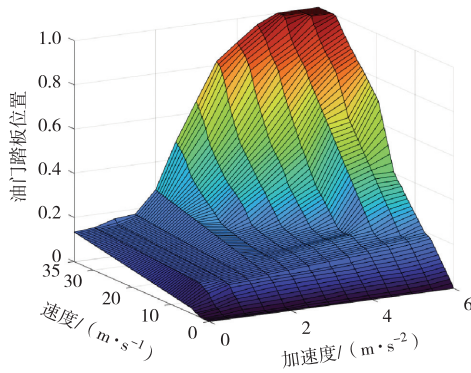


图9 油门踏板位置、速度、加速度标定曲面

图10展示了车辆在不同初始速度(0~35 m/s)和制动压力(0~6 MPa)组合下的制动加速度标定结果。

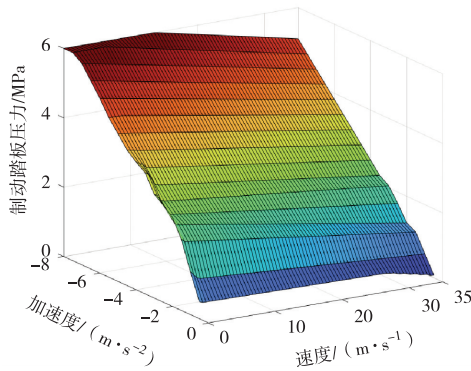


图10 制动踏板压力、速度、加速度标定曲面

基于驱动与制动标定结果,本文建立了以当前车速和期望加速度为输入,油门开度和制动压力为输出的速度控制模型。根据期望车速与反馈车速的误差 $e(t)$,采用增量式PID算法计算控制量,实现对纵向速度的调节。控制量信号PID微分方程见式(30)。

$$u_v(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{K_i} \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (30)$$

式中: $u_v(t)$ 为控制量信号; K_p 为比例系数; K_i 为积分系数; K_d 为微分系数。

4.3 规划路径效果分析

4.3.1 双移线工况测试结果

基于CarSim与Simulink联合仿真平台,采用PID速度控制器与滑模轨迹跟踪控制器,进行了双移线工况($\mu=0.8$)的测试,结果如图11至图15所示。

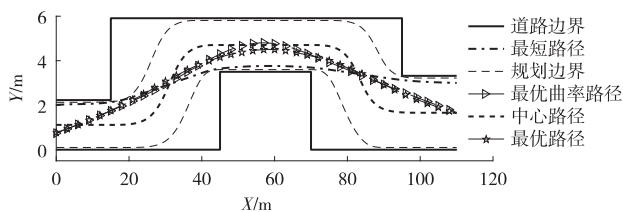


图11 规划路径对比

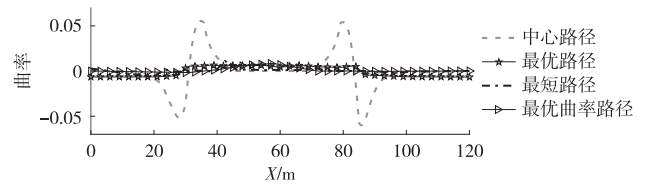


图12 规划曲率对比

从图12可知,中心路径的曲率变化最大,其峰值与平均值均为最高,导致大曲率路段通过速度受限,平均速度最低。最优曲率路径虽然平均曲率最小,但存在局部峰值。相比之下,本文提出的最优路径不仅曲率变化平滑,其峰值曲率也最低,因而其最低通过速度高于最短路径与最优曲率路径。

不同路径的规划速度如图13所示。由图可知,中心路径、最短路径、最优曲率路径、最优路径的平均规划速度分别为14.00、28.84、31.91、33.3 m/s。

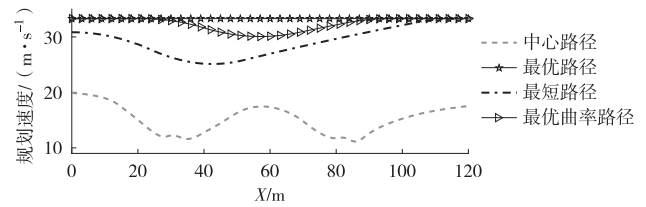


图13 规划速度对比

不同路径的速度控制误差如图14所示。从图中可以看出,不同路径的速度控制精度均较高:中心路径、最短路径、最优曲率路径、最优路径的最大控制误差分别为0.31、0.27、0.26、0.04 m/s;均方根误差分别为0.13、0.10、0.10、0.01 m/s;实际路径完成时长分别为8.58、4.16、3.76、3.60 s。

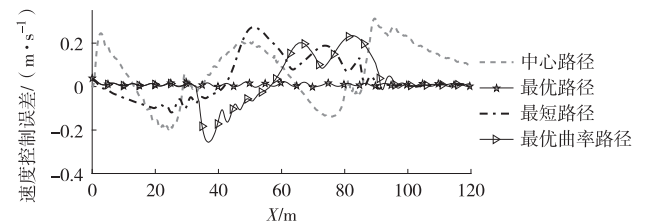


图14 速度控制误差对比

不同路径的轨迹跟踪误差如图15所示。从图中可以看出,不同路径轨迹跟踪精度均较高:中心路径、最短路径、最优曲率路径、最优路径的轨迹跟踪最大误差分别为0.08、0.05、0.06、0.04 m;均方根误差分别为0.02、0.02、0.02、0.01 m。

综上所述,在相同控制策略下,各路径均表现出良好的跟踪精度。然而,受限于单一的优化目标,最

短路径与最优曲率路径的行程时间均长于本文提出的最优路径,后者较前二者分别缩短了 4.3% 和 13.4%。

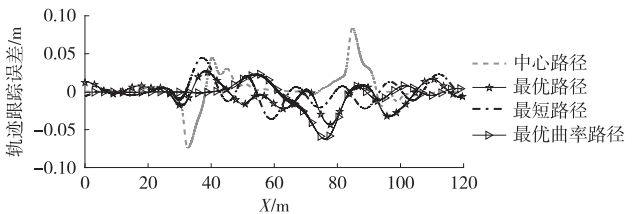


图 15 轨迹跟踪误差对比

为验证本文方法在不同路面附着条件下的应用

效果,开展了多种附着系数(0.3~0.8)的仿真测试,结果见表3。结果表明,所有路径在此范围内均能保持高精度的跟踪控制。所有路径的速度最大控制误差均 $\leq 0.31\text{ m/s}$,均方根误差均 $\leq 0.13\text{ m/s}$;路径跟踪最大横向误差 $\leq 0.08\text{ m}$,均方根误差 $\leq 0.03\text{ m}$ 。然而,本文提出的最优路径能协同利用路径曲率与路程优势,进一步缩短行程时间。在 $\mu = 0.3 \sim 0.8$ 的各种附着条件下,与最短路径和最优曲率路径相比,本文方法均能显著缩短行程时间,降幅范围为 4.3%($\mu = 0.8$,对比最优曲率路径)至 21.8%($\mu = 0.3$,对比最短路径)。

表 3 不同附着条件下双移线工况轨迹跟踪仿真结果

μ	方法	速度最大控制 误差/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	速度控制均方根 误差/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	轨迹跟踪最大 横向误差/m	轨迹跟踪均方根 误差/m	行程时间/s
0.3	中心路径	0.10	0.05	0.06	0.03	13.47
	最短路径	0.11	0.06	0.07	0.03	6.37
	最优曲率路径	0.12	0.05	0.07	0.03	5.74
	最优路径	0.08	0.04	0.06	0.02	4.98
0.4	中心路径	0.13	0.09	0.07	0.03	11.76
	最短路径	0.18	0.09	0.08	0.03	5.53
	最优曲率路径	0.11	0.07	0.07	0.03	5.02
	最优路径	0.11	0.07	0.06	0.03	4.33
0.5	中心路径	0.16	0.07	0.07	0.03	10.55
	最短路径	0.17	0.07	0.08	0.03	5.01
	最优曲率路径	0.17	0.07	0.07	0.03	4.47
	最优路径	0.14	0.06	0.04	0.02	3.90
0.6	中心路径	0.19	0.08	0.08	0.03	9.54
	最短路径	0.17	0.07	0.07	0.03	4.63
	最优曲率路径	0.19	0.07	0.07	0.03	4.10
	最优路径	0.15	0.07	0.06	0.03	3.69
0.7	中心路径	0.19	0.08	0.07	0.03	9.10
	最短路径	0.23	0.09	0.06	0.03	4.40
	最优曲率路径	0.21	0.08	0.07	0.03	3.90
	最优路径	0.04	0.01	0.05	0.01	3.61
0.8	中心路径	0.31	0.13	0.08	0.02	8.58
	最短路径	0.27	0.10	0.05	0.02	4.16
	最优曲率路径	0.26	0.10	0.06	0.01	3.76
	最优路径	0.04	0.01	0.04	0.01	3.60

4.3.2 赛道线工况测试结果

为进一步验证本文提出的最优路径规划算法在

复杂场景的应用效果,本文进行了赛道线测试。该工况的路面附着系数 $\mu = 0.8$ 。仿真结果如图 16 至图

20 所示。

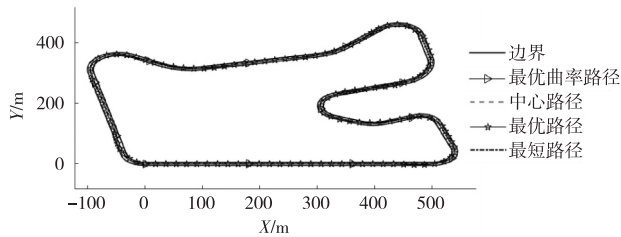


图 16 规划路径对比

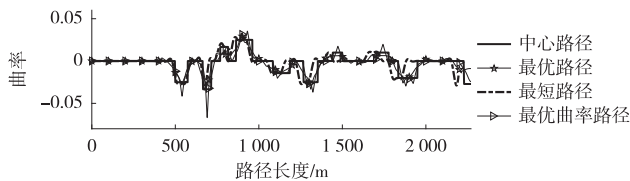


图 17 规划曲率对比

由图 17 的路径曲率对比可知,中心路径曲率变化剧烈,其最大及平均曲率均为最高,导致车辆通过高曲率路段时需大幅降速。最优曲率路径平均曲率最小但存在局部高值。相比之下,本文提出的最优路径不仅曲率变化平滑,其峰值曲率也最低,有效保障了更高通过速度。

不同路径的规划速度如图 18 所示。由图可知,中心路径、最短路径、最优曲率路径和最优路径的平均规划速度分别为 22.93、25.10、24.53、26.94 m/s。

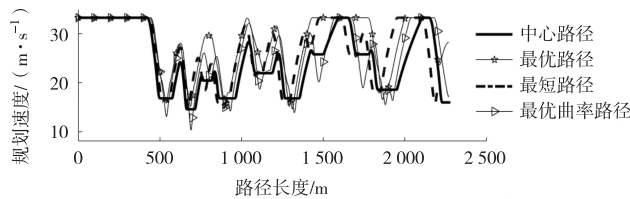


图 18 规划速度对比

不同路径的速度控制误差如图 19 所示。从图中可以看出,不同路径的速度控制精度均较高:中心路径、最短路径、最优曲率路径、最优路径的最大控制误差分别为 0.18、0.39、0.25、0.26 m/s;均方根误差分别为 0.05、0.10、0.08、0.06 m/s;实际路径完成时长分别为 98.99、87.50、92.53、84.26 s。

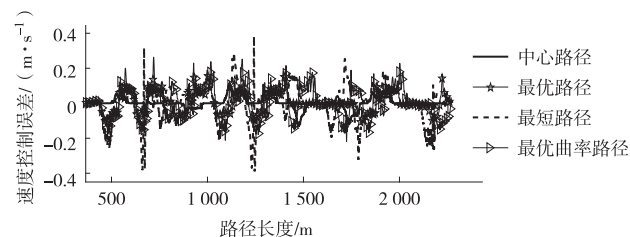


图 19 速度控制误差对比

不同路径的轨迹跟踪误差如图 20 所示。从图中可以看出,不同路径轨迹跟踪精度均较高:中心路径、最短路径、最优曲率路径、最优路径的最大轨迹跟踪误差分别为 0.08、0.15、0.13、0.05 m;均方根误差分别为 0.02、0.03、0.03、0.02 m。

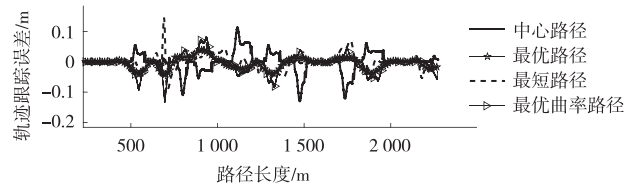


图 20 轨迹跟踪误差对比

综上所述,在相同控制方法下,各路径方案均展现出良好的控制精度,速度误差小于 0.4 m/s,横向跟踪误差小于 0.15 m。此外,在通行效率方面,本文提出的最优路径相较最优曲率路径与最短路径,在行程时间上分别缩短了 8.9% 和 3.7%。

5 结束语

本文提出了一种基于非线性优化的路径与速度协同规划方法,该方法综合考虑了车辆动力学与道路边界约束,并以最短行程时间为目标。CarSim/Simulink 联合仿真结果表明,该方法在不同附着条件下均表现出良好的鲁棒性。在双移线工况下,本文方法在所有测试工况下的行程时间均显著短于最短路径与最优曲率路径;在赛道线工况下,本文方法的行程时间同样优于上述两种对比方法。本文可为同类车型的自动驾驶路径规划提供参考。

参考文献:

- [1] Betz J, Zheng Hongrui, Liniger A, et al. Autonomous vehicles on the edge: a survey on autonomous vehicle racing [J]. IEEE Open Journal of Intelligent Transportation Systems, 2022(3): 458-488.
- [2] Li Shaosong, Li Zheng, Yu Zhixin, et al. Dynamic trajectory planning and tracking for autonomous vehicle with obstacle avoidance based on model predictive control [J]. IEEE Access, 2019(7): 132074-132086.
- [3] Aslan M F, Durdu A, Sabanci K. Goal distance-based UAV path planning approach, path optimization and learning-based path estimation: GDRRT*, PSO-GDRRT* and BiLSTM-PSO-GDRRT* [J]. Applied Soft Computing, 2023 (137): 110156.

(下转第 32 页)

参考文献:

- [1] Zhu Zhiqiang, Liang Dawei, Liu Kan. Online parameter estimation for permanent magnet synchronous machines; an overview [J]. IEEE Access, 2021(9): 59059–59084.
- [2] Yu Yelong, Huang Xiaoyan, Li Zhaokai, et al. Full parameter estimation for permanent magnet synchronous motors [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(5): 4376–4386.
- [3] Pulvirenti M, Scarcella G, Celba G, et al. On-line stator resistance and permanent magnet flux linkage identification on open-end winding PMSM drives [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2019, 55(1): 504–515.
- [4] Ma Zhao, Zhang Wei, He Jiabao, et al. Multi-parameter on-line identification of permanent magnet synchronous motor based on dynamic forgetting factor recursive least squares [C] // 2022 IEEE 5th International Electrical and Energy Conference (CIEEC). New York: IEEE, 2022: 4865–4870.
- [5] Zhang Yan, Bi Yongli, Wang Shigang. Parameter identification of permanent magnet synchronous motor based on extended Kalman filter and gradient correction [C] // 2020 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). New York: IEEE, 2020: 718–722.
- [6] Zhou Shuai, Wang Dazhi, Li Yongliang, et al. Improved particle swarm optimization for parameter identification of permanent magnet synchronous motor [J]. Computers, Materials & Continua, 2024, 79(2): 2187–2207.
- [7] 姜金美. 基于改进灰狼算法的永磁同步电机多参数辨识方法研究 [D]. 湘潭: 湖南科技大学, 2022: 21–48.
- [8] Cheng Yuan, Huang Wan, Du Bochao, et al. Intelligent parameter identification of PMSM based on BPNN fitting nonlinear relationships. 2024 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific) [C] // New York: IEEE, 2024: 594–599.
- [9] Minh X B, Fernando W, Duta R, et al. Reinforcement learning based method for online parameter identification of the permanent magnet synchronous machines [C] // 2024 IEEE 10th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC2024 – ECCE Asia) New York: IEEE, 2024: 2274–2279.
- [10] 龙文, 伍铁斌, 唐明珠, 等. 基于透镜成像学习策略的灰狼优化算法 [J]. 自动化学报, 2020, 46(10): 2148–2164.
- [11] 崔鸣, 靳其兵. 基于 Levy 飞行策略的灰狼优化算法 [J]. 计算机与数字工程, 2022, 50(5): 948–952.
- [12] Rezaei F, Safavi R H, Elaziz A M, et al. An enhanced grey wolf optimizer with a velocity-aided global search mechanism [J]. Mathematics, 2022, 10(3): 351.
- [4] Herrmann T, Christ F, Betz J, et al. Energy management strategy for an autonomous electric racecar using optimal control [C] // 2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). Auckland, IEEE, 2019: 720–725.
- [5] Christ F, Wischniewski A, Heilmeier A, et al. Time-optimal trajectory planning for a race car considering variable tyre-road friction coefficients [J]. Vehicle System Dynamics, 2021, 59(4): 588–612.
- [6] Sundarraj S, Reddy R V K, Basam M B, et al. Route planning for an autonomous robotic vehicle employing a weight-controlled particle swarm-optimized Dijkstra algorithm [J]. IEEE Access, 2023(11): 92433–92442.
- [7] 丁承君, 阎欣怡, 冯玉伯, 等. 基于 APF 的 AGV 局部路径规划改进算法研究 [J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(22): 305–312.
- [8] 余翔, 姜陈, 段思睿, 等. 改进 A* 算法和人工势场法的路径规划 [J]. 系统仿真学报, 2024, 36(3): 782–794.
- [9] Huang Xuanhao, Yan Chaobo. Dubins curve based continuous-curvature trajectory planning for autonomous mobile robots [PP/OL]. V2. arXiv (2025-06-22) [2025-10-10]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2309.07565>.
- [10] Ibrahim I, Decré W, Swevers J. Accelerated Reeds-Shepp and under-specified Reeds-Shepp algorithms for mobile robot path planning [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2025(41): 2691–2708.
- [11] Heilmeier A, Wischniewski A, Hermansdorfer L, et al. Minimum curvature trajectory planning and control for an autonomous race car [J]. Vehicle System Dynamics, 2020, 58(10): 1497–1527.
- [12] Ögretmen L, Rowold M, Ochsenius M, et al. Smooth trajectory planning at the handling limits for oval racing [J]. Actuators, 2022, 11(11): 318.
- [13] Khanmohammadi S, Tinati M A, Ghaemi S, et al. Fuzzy and PSObased algorithm for driver's behavior modeling [C] // Proceedings of the Joint 2009 International Fuzzy Systems Association World Congress and 2009 European Society of Fuzzy Logic and Technology Conference. Lisbon, 2009: 1270–1275.
- [14] Du Feng, Li Jishun, Li Lun, et al. Robust control study for four-wheel active steering vehicle [C] // 2010 International Conference on Electrical and Control Engineering. Wuhan: IEEE, 2010: 1830–1833.

(上接第 9 页)